

MODELADO Y CONTROL DE SISTEMAS MANUFACTURA FLEXIBLE CON REDES DE PETRI

Paola Andrea Portilla Ibarra
Universidad Del Cauca
Departamento instrumentación y control
pportilla@unicauca.edu.co

Resumen. En este artículo se presenta una de las herramientas más empleadas para modelar y controlar a los Sistemas de Manufactura Flexible: las Redes de Petri. Para el modelado se usa dos tipos de Redes de Petri (RdP): las RdP Generalizadas y RdP las Coloreadas, para el control se usa únicamente las Redes de Petri Etiquetadas.

1. Introducción

Los sistemas de eventos discretos (SDED) (Figura 1) son todos los sistemas que ejecutan un evento (a, b y c) durante un intervalo de tiempo (t1, t2, t3 y t4) generalmente irregular.

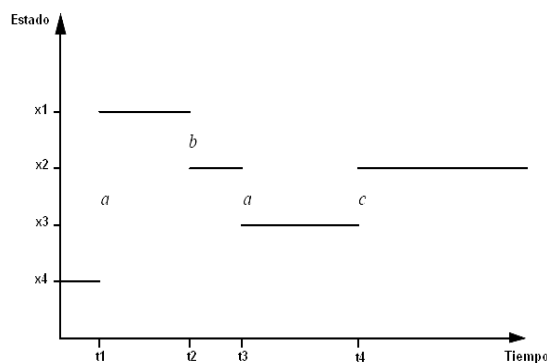


Figura 1. Comportamiento de un SDED.

Los SDED están representados por ejemplo: por los sistemas de producción automatizada sobresalen actualmente los Sistemas de Manufactura Flexible (SMF).

Los principales características de los SMF: rápida adaptación a los cambios del mercado, rapidez en la producción y disminución en costo/unidad. Aunque tiene varias desventajas entre ellas que demanda sofisticados sistemas de manufactura y una selecta mano de obra.

Los SMF como cualquier otro sistema debe cumplir con todas las tareas requeridas, aunque primero se debe modelar al sistema. Existen algunas herramientas de modelado para los SMF entre las mas usadas están los autómatas finitos y grafos reducidos pero no permiten flexibilidad ante futuros cambios en la planta, no describen de manera clara

como funciona el sistema y si hay explosión de estados resulta tedioso su manipulación, simulación y control.

Las Redes de Petri (RdP) modelan a varios tipos de sistemas entre ellos los SDED, permiten hacer cambios al modelo si hay cambios en la planta, expresa clara y rigurosamente la dinámica del funcionamiento del sistema, al ser más descriptivo hay menos probabilidades de explosión de estados, pueden ser simuladas y analizadas las RdP para verificar y ajustar el modelo, logrando gran parecido al sistema real (Lagunes, 1999) y el mismo modelo es usado para analizar propiedades de comportamiento y diseñar controladores [Mengchu, 1999].

Desde que fueron expuestas por primera vez las RdP (1962 por Carl Adam Petri) despertó gran interés en varios investigadores. Como resultado de su interés han surgido varios tipos de RdP: estocásticas, coloreadas, temporizadas, continuas, etiquetadas, etc., y también la combinación entre ellas como temporizadas estocásticas.

Para este trabajo nos enfocaremos principalmente en tres tipos de redes: las Redes de Petri Generalizadas (RdPG), las Redes de Petri Etiquetadas (LRdP "Labeled Petri nets") y las Redes de Petri Coloreadas CPN.

2. Definición formal de las RdPG

Una RdPG es una quintupla [Silva (1985)]:

$$R = \langle P, T, \alpha, \beta, M \rangle$$

Donde:

P es un conjunto finito y no vacío de lugares.

T es un conjunto finito y no vacío de transiciones.

$P \cap T = \emptyset$; es decir, los lugares y transiciones son conjuntos disjuntos.

$\alpha : P \times T \rightarrow N$ es la función de incidencia previa, define el conjunto de arcos direccionados de P a T.

$\beta : T \times P \rightarrow N$ es la función de incidencia posterior, define el conjunto de arcos direccionados de T a P.

$M : P \rightarrow N$, es una función que define el número de marcas en P.

$N =$ es el conjunto de enteros no negativos $\{0,1,2,3,\dots\}$

La representación gráfica de una RdPG es (Figura 2):

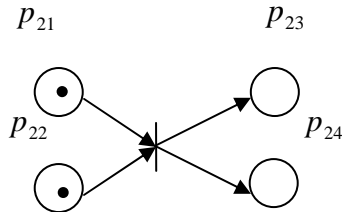


Figura 2. Representación gráfica de una red de petri.

Significado de las figuras:

- Lugares
- Transición.
- Arcos (Conectan lugares y transiciones).
- Marca del lugar.

Una transición $t \in T$ está sensibilizada si $\forall p \in t \quad M(p) \geq \alpha(p,t)$. Al ser sensibilizada t puede ser crear una nueva marca:

$$m'(p) = m(p) - \alpha(p,t) + \beta(t,p), \forall p \in P$$

Los lugares y transiciones solo pueden ser conectados mediante arcos y viceversa. Cada arco se etiqueta con un número natural, si no tiene ninguna etiqueta entonces el arco posee un arco unitario.

2.1 Propiedades de las RdPG

Las RdPG poseen propiedades que ayudan a la comprensión y al análisis de su comportamiento. [Murata (1989)]. Existen las propiedades de comportamiento y las propiedades estructurales, las más importantes son:

Propiedades de Comportamiento	Propiedades Estructurales
Alcanzabilidad	Vivacidad estructural
Acotamiento	Controlabilidad
Cobertura	Acotamiento estructural
Vivacidad	Conservatividad
Reversibilidad y Estado inicial	Repetitividad
Persistencia	Consistencia
Distancia Sincrónica	Invariantes S-T
Equidad	

Tabla 1. Propiedades de las RdPG.

3. Sistema de Manufactura Flexible

Se tiene una fábrica de productos de panificación (Figura 3) que procesa 3 productos: Panquecitos, Pastel con frutos secos y Pan Croissant. Por simplicidad solo se muestra la maquinaria para hacer Panquecitos como las tolvas de almacenamiento para los ingredientes, las dos mezcladoras, horno tipo tunel, empacadora tipo 1 (En1, empaqueta en paquetes en plástico con 2 o 4 unidades), empacadora tipo 2 (Em1, empaqueta en cajas de cartón de los paquetes de la empacadora tipo 1) y un almacén con 3 compartimientos para los 3 tipos diferentes de charolas.

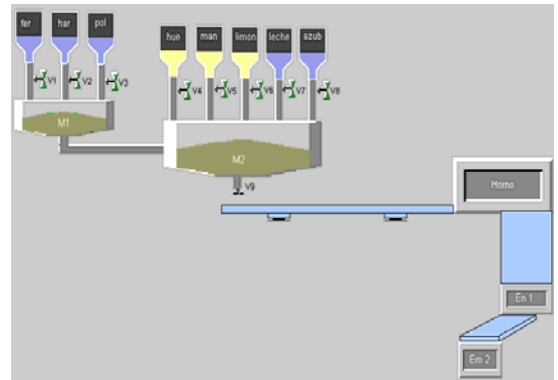


Figura 3. Planta física del SMF de la Fábrica de Productos de Panificación.

A continuación se detalla la preparación para cada uno de los productos:

Panquecitos: Precalentar el horno a 180°C, Cernir fécula de maíz, harina y polvo para hornear. Batir la mantequilla con azúcar a una velocidad v_1 durante t_1 , incorporar los huevos sin dejar de batir con la misma v_1 luego agregar la ralladura de las naranjas. Incorporar los ingredientes del paso 2 con los del paso 3. Posteriormente agregar la leche.

Llenar los moldes con la mezcla y hornear durante 40 o 45 minutos. Retirar del horno, dejar enfriar y empacar. Llevar al almacenamiento.

Pastel con frutos secos: En un recipiente mezclar los siguientes ingredientes: nueces, azúcar mascabado, canela y café en polvo. En otro recipiente batir a v_1 durante t_1 la mantequilla, el azúcar blanco, y la crema de leche. Añadir los huevos y seguir batiendo a v_1 durante t_2 . Incorporar la harina de trigo y el polvo de hornear a una v_2 durante un t_3 . Engrasar un molde redondo con un poco de mantequilla y verter primero la mitad de la preparación del paso dos, luego la del paso uno y finalmente la preparación del paso dos. Colocar en un horno caliente a 180°C por 45 minutos. Antes de desmoldarlo, dejar enfriar. Llevar a almacenamiento.

Pan croissant: En un recipiente mezclar la levadura, azúcar refinada y la leche tibia. Dejar durante 10 min. Tamizar la harina. Agregar 1/5 de mantequilla. Agregar los huevos a la mezcla de levadura hasta formar una mezcla homogénea. Añadir el resto de la mantequilla a 20°C . Formar supde nuevo una mezcla homogénea. Dejar reposar 30 min. Mezclar nuevamente y dejar reposar durante 6 horas. Formar los croissants. Mezclar el huevo sobrante con la sal y con esta mezcla barnizarlos. Deje reposar 30 min. Acomode los croissants en una charola previamente engrasada y enharinada. Meter al horno (precalentado a 200°C) durante de 20 min. a 200°C . Enfriar, desmoldar, empacar y almacenar.

4. Modelo de especificación del SMF en RdPG

El *Modelo de Especificación* es el modelo que representa al comportamiento deseado del SMF, este modelo es importante para comprender más al sistema y facilitar el diseño posterior del *Modelo del Sistema* empleado para hacer controlador.

Por la extensión del modelo de especificación en RdPG del SMF (Figura 4) solo se mostrará hasta donde se obtiene la masa que esta lista para ser horneada y la red ha sido simplificada varias veces según los métodos mostrados en [Mengchu (1999)]. Las marcas de algunos lugares de la Figura

4 representan la cantidad de ingredientes a usarse para 1 unidad de producto en gramos.

5. Diseño del controlador usando RdP

El objetivo principal del modelo de un sistema, es que el modelo obtenido sirva para controlar al sistema y mediante el control él alcance todos los estados deseados. Al principio las RdP solo modelaban sistemas, a mediados de los 80's se desarrolla la teoría de control para autómatas [Ramadge (1989)], después a comienzos de los 90's la teoría de control fue orientada hacia las RdPG mediante las Redes de Petri Interpretadas (LRdP "*Labeled Petri nets*") [Giua (1992)]. Actualmente se investiga la forma de aplicar el control a otros tipos de RdP.

Las RdP empleadas para el control de SDED son las llamadas Redes de Petri Etiquetadas LRdP "*labeled Petri nets or Petri net generator*", las cuales son una cuádrupla:

$$G = (N, l, M_0, F)$$

Donde:

- $N = (P, T, \alpha, \beta)$, estructura de una RdP.
- $l: T \rightarrow \Sigma$, es la función que asigna a cada transición una etiqueta del alfabeto de eventos Σ , se puede extender a $T^* \rightarrow \Sigma^*$.
- M_0 , es el marcado inicial.
- F , es el conjunto de marcas finales.

Definiciones:

- Σ = Conjunto finito no vacío de símbolos de un alfabeto.
- Σ^* = (Cerradura de Σ) Conjunto de todas las cadenas finitas de los elementos del conjunto Σ .
- L = Conjunto de todos los eventos que pueden realizarse físicamente o que tengan sentido. $L \subseteq \Sigma^*$.
- Una cerradura de prefijos $L \subseteq \Sigma^*$ es:

$$\bar{L} = \{u : uv \in L \text{ para algun } v \in \Sigma^*\}$$
 Si $L = \bar{L}$, L es un prefijo cerrado.

El comportamiento representado por L es generado por la planta G .

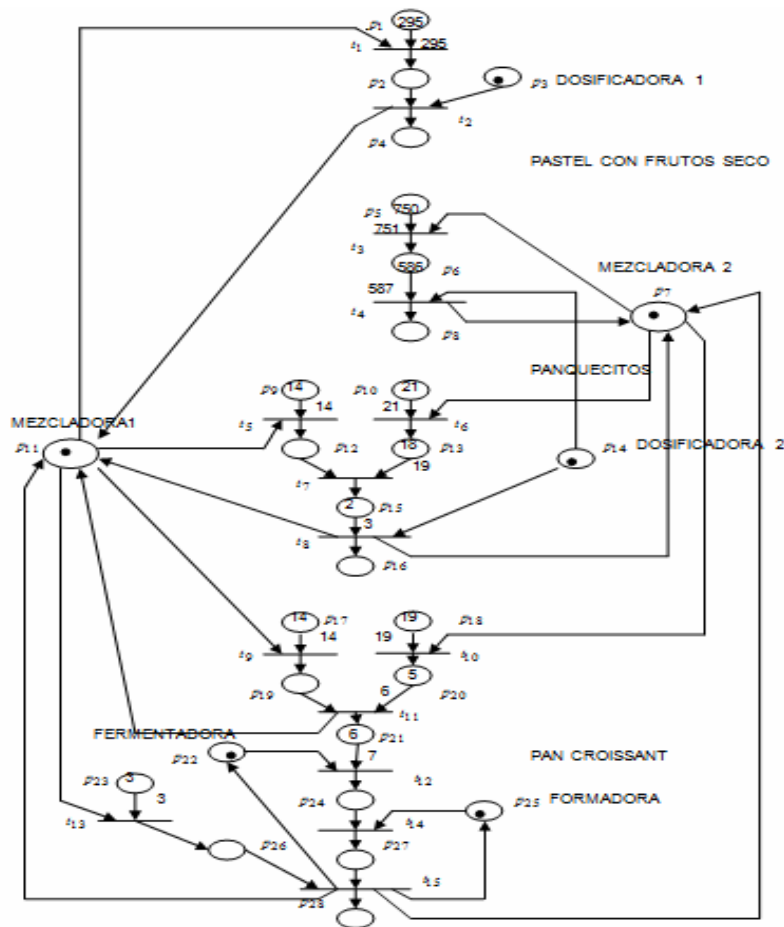


Figura 4. Modelo de especificación del SMF.

- Los dos lenguajes asociados con G son el L-lenguaje (\mathcal{L}) (comportamiento marcado en el contexto de control) y el P-lenguaje (\mathcal{P}) (Comportamiento de cerrado), están definidos así:

$$L_m(G) = \{ (\sigma) \in \Sigma^* \mid \sigma \in T^*, M_0[\sigma] M \in F \}$$

o L-lenguaje.

$$L(G) = \{ (\sigma) \in \Sigma^* \mid \sigma \in T^*, \exists M' \exists M_0[\sigma] M' \}$$

o P-lenguaje.

- El alfabeto de eventos Σ esta dividido en dos conjuntos disjuntos: conjunto con eventos controlables Σ_c y no controlables Σ_u . $\Sigma = \Sigma_u + \Sigma_c$.
- El lenguaje $K \subset \Sigma^*$ es controlable con respecto a $L(G)$ si:

$$\bar{K}\Sigma_u \cap L(G) \subseteq \bar{K}$$

5.1 Control para el SMF propuesto

Para el diseño del controlador se debe hacer el modelo del sistema (basados en la Figura

4), para obtener un buen modelo se debe seguir los siguientes pasos:

- Identificar los dispositivos que componen al sistema.
- Seleccionar cuales son las variables a medir de cada uno de los dispositivos. Realizar una RdP por cada uno de los dispositivos.
- Unir las RdP siguiendo la secuencia lógica del sistema.
- Definir las relaciones causales.
- Verificación de que el modelo es una RdP marcada, acotada segura, viva. Se realiza mediante el análisis de PT-invariante [Desel (1995)].

Como resultado de todos los pasos anteriores, se obtiene la figura 5.

Diseño del controlador para el SMF propuesto

Siguiendo con el diseño del controlador (solo para panquecitos), se encuentra:

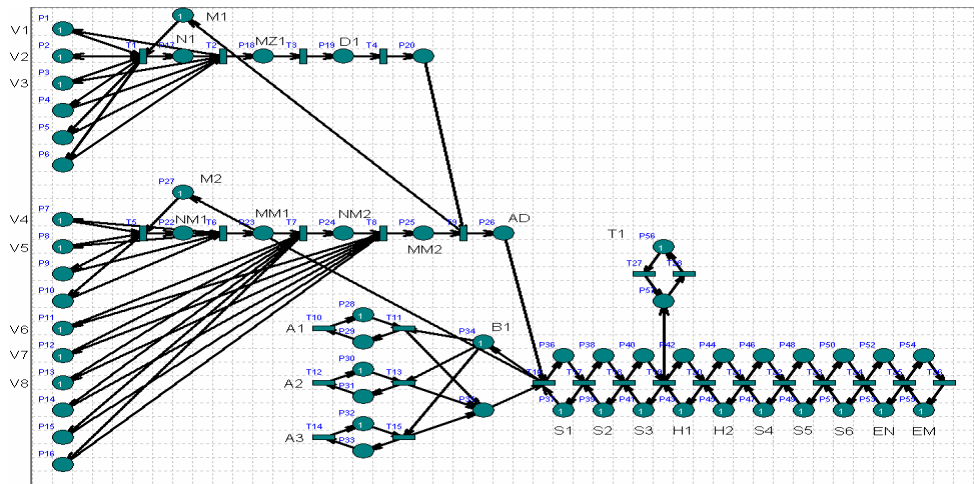


Figura 5. Modelo del sistema del SMF.

$$\Sigma = \{t_i \quad i = 1, \dots, 28\}$$

$$K = \left\{ t_1 \ t_2 \ t_3 \ t_4 \ t_5 \ t_6 \ t_7 \ t_8 \ t_9 \ t_{11} \ t_{16} \ t_{10} \ t_{17} \ t_{18} \ t_{27} \right. \\ \left. t_{19} t_{20} \ t_{28} \ t_{21} \ t_{22} \ t_{23} \ t_{24} \ t_{25} \ t_{26} \right\}$$

$$\Sigma_u = \{\emptyset\}$$

$$\bar{K} = \{\varepsilon, t_1, \ t_1 t_2, \ t_1 t_2 t_3, \dots\}$$

$$\bar{K}\Sigma_u = \{\emptyset\}$$

$L(G)$ = Todo el lenguaje el sistema, hasta palabras que no significan nada como $\{t_{20} \ t_1 \ t_{24} \ t_{11} \ t_{17} \ t_3 \ t_7\}$.

La formula de controlabilidad es $\bar{K}\Sigma_u \cap L(G) \subseteq \bar{K}$, entonces $\bar{K}\Sigma_u \cap L(G) = \varepsilon$ y $\varepsilon \subseteq \bar{K}$, por lo tanto el sistema es controlable y es mostrado en la Figura 6, los

lugares de color rojo son los lugares del controlador (p_{ci}).

Para el diseño del controlador se sugiere emplear el Software de simulación para RdP SPADES desarrollado por Agustín Zaragoza Gutiérrez estudiante de doctorado del Cinvestav – Guadalajara. SPADES permite simular la LRdP en lazo abierto y con el controlador, además analiza algunas de las propiedades más importantes de las RdP.

Basados en los trabajos [JIMENEZ (2000)] y [SANTOYO (2001)] se puede realizar la programación del PLC en lenguaje escalera "Ladder Diagram" guiados por la RdP de la Figura 6. En el programa SPADES se puede generar el diagrama en escalera del SMF controlado.

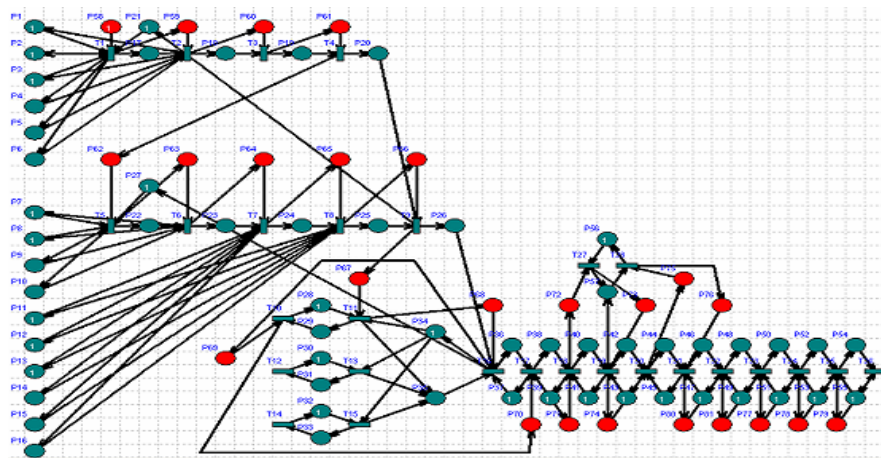


Figura 6. Controlador para el sistema del SMF.

6. Redes De Petri Coloreadas

Como la característica principal de los SMF es la flexibilidad o la posibilidad de maquinar varias piezas de distinta forma, dimensiones y material, utilizando la misma planta física. Si el SMF procesa 100 productos similares la complejidad se requerirá 100 RdP para cada uno de los productos.

Para estos tipos de sistemas, se han propuesto Las Redes de Petri Coloreadas (CPN *Coloured Petri Nets*) que a diferencia de las generalizadas, las marcas poseen "colores" o información adicional para identificar por ejemplo de que proceso viene la marca. Si para modelar tres productos era necesario tres RdPG, con las CPN es necesario solo una red con tres (ó más) colores diferentes.

6.1 Definición formal de las CPN

Una CPN es:

$$CPN = (\Sigma, P, T, A, N, C, G, E, I)$$

- Σ es un conjunto finito no vacío de *tipos*.
- P es el conjunto finito de lugares.
- T es el conjunto finito de transiciones.
- A es el conjunto finito de arcos tal que:

$$P \cap T = P \cap A = T \cap A = \emptyset$$

- N es la función nodo.
Esta definida de A hacia $P \times T \cup T \times P$

- C es la función color.
Esta definido de P en Σ .

- G es la función guarda. Es de la forma:

$$\forall t \in T : [Tipo(G(t)) = B \wedge Type(Var(G(t))) \subseteq \Sigma]$$

- E es la función expresión de arco.
Esta definida de A en expresiones como:

$$\forall a \in A : [Tipo(E(a)) = C(p)_{ms} \wedge Type(Var(E(a))) \subseteq \Sigma]$$

- I es la función de inicialización. Es decir:

$$\forall p \in P : [Tipo(I(p)) = C(p)_{ms}]$$

El modelo de CPN para la Figura 4 es el mostrado en la Figura 5:

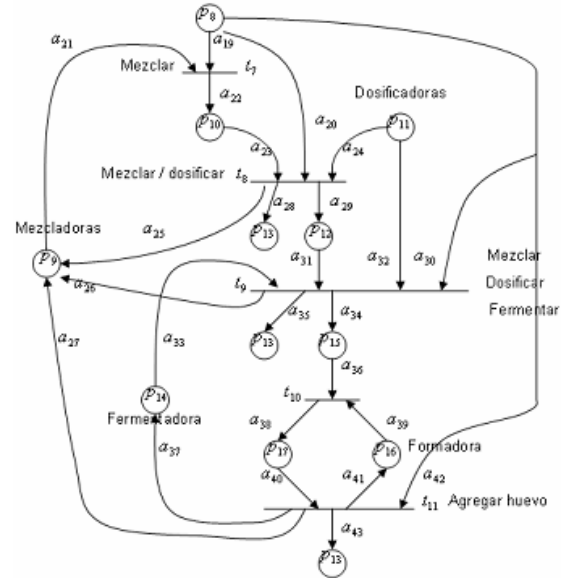


Figura 5. Modelo del CPN para el SMF.

A continuación solo se definirá los colores de la red:

$\Sigma = \{NPRING, MEZ, FOM, FER, DOS\}$
 $NPRING = \{CANT, PR, ING\}$ Cantidad,
 tipo de producto e ingredientes
 $MEZ = \{m1, m2\}$ Mezcladoras
 $FOM = \{fom1\}$ Formadora
 $FER = \{fer1\}$ Fermentadora
 $DOS = \{d1, d2\}$ Dosificadoras

Los colores de los lugares:

$$C(p_9) = MEZ$$

$$C(p_{11}) = DOS$$

$$C(p_{14}) = FER$$

$$C(p_{16}) = FOM$$

$$C(p_8) = C(p_{10}) = C(p_{12}) = C(p_{13}) = C(p_{15}) =$$

$$C(p_{17}) = NPRING.$$

Las propiedades de las CPN son las mismas de la Tabla 1 pero teniendo en cuenta algunas consideraciones

7. Conclusiones.

- Las RdP es una herramienta no compleja de gran utilidad que no solo sirve para modelar a los SDED sino también para controlarlos, aunque solo se puede emplear las LRdP para el controlador, actualmente se encuentra en desarrollo la teoría de control para otros tipos de redes.

- Adicionalmente, los SMF procesan varios tipos de productos y resulta tedioso representar a todos los productos por medio de un solo tipo de marca.
- Las CPN es una herramienta que tiene mayor poder de descripción y facilita modelar a este tipo de sistemas aunque puede ser complejo entender el concepto de color en las marcas y como relacionarlas con la red.
- Las RdP es una teoría que se acerca a las necesidades de la industria ya que tiene aplicaciones reales mediante el desarrollo del diagrama en escalera para PLC basado en una RdP controlada.

SILVA, Manuel. Las Redes de Petri en la Automática y la Informática. Madrid: Primera Edición. Editorial AC, 1995.

8. Bibliografía

GIUA, Alessandro. Petri nets as Discrete Event Systems for Supervisory Control. New York: Rensselaer Polytechnic Institute, 1992.

DESEL, Jorg y Esparza Javier. Free Choice Petri Nets. New York: Cambridge University Press, 1995. pp 242.

JIMENEZ, Ricardo. Automatización de la Manufactura. Buenos Aires: Universidad de Buenos Aires, Facultad de Ingeniería, 2003. pp. 23.

MENGCHU, Zhou, VENKATECH, Kurapati. Modeling, Simulation, and Control of Flexible Manufacturing Systems – A petri Net Approach. Tercera edición. World Scientific, Singapore, 1999.

MURATA, Tadao. Petri Nets: Properties, Analysis and Applications. Proceedings of the IEEE. Vol. 77, No. 4. 1989.

RAMADGE, P. J., and WONHAM, W. M. The Control of Discrete Event Systems. Proceedings of the IEEE, Vol. 77. No. 1. 1989. pp. 81 – 98.

SANTOYO, A, et. al. "A complete cycle for controller design in Discrete Event Systems". Proceedings of the IEEE Systemns, Man and Cybernetics, Vol. 4. No. x. 2001. pp. 2688 – 2693.